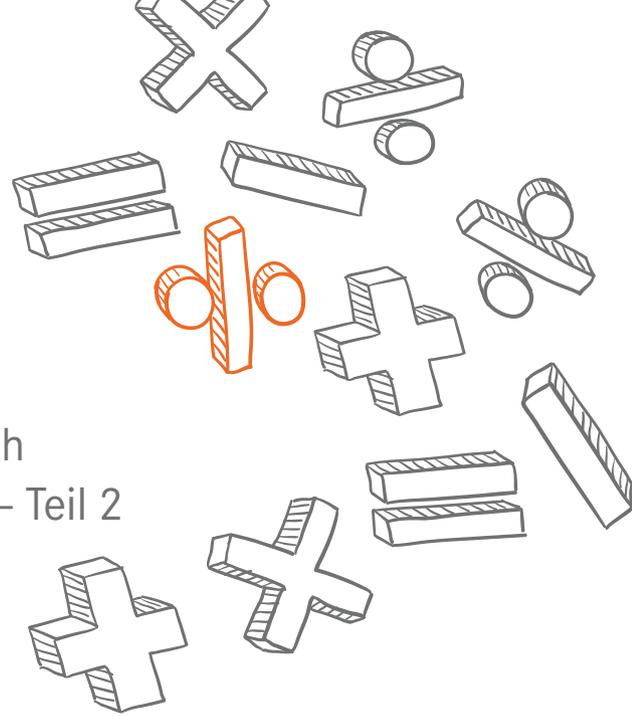


Zinsrisikoberechnung 2.0

Verbesserte Zinsrisikoberechnung durch Berücksichtigung von Zinsvolatilitäten – Teil 2

von Rainer Alfes und Christine von Bank



Im ersten Artikel¹ dieser zweiteiligen Reihe haben die Autoren gezeigt, warum die Berechnung und Steuerung des Zinsänderungsrisikos durch die Berücksichtigung von Zinsvolatilitäten in vielen Banken wesentlich verbessert werden kann. Im vorliegenden zweiten Teil stellen sie ein modernes und praxiserprobtes Verfahren vor, das es ermöglicht, die Historie der Zinsvolatilitäten mit mathematischen Methoden zu verlängern, um ein konsistentes Risikomanagement für das gesamte Zinsbuch zu gewährleisten.

Zinsvolatilitäten im Risikomanagement

Viele Banken halten in ihrem Zinsbuch volatilitätssensitive Positionen, etwa Caps und Floors zur Absicherung gegen steigende beziehungsweise fallende Zinsen, Kapitalmarktfloater zur Diversifikation oder Swaptions und andere Zinsoptionen zur Abbildung der rational ausgeübten impliziten Optionen im Risikomanagement und zur Absicherung dieses Optionsbuchs.

Im ersten Teil wurde gezeigt, wie wichtig für solche typischen Positionen des Zinsbuchs eine Betrachtung der Zinsvolatilität ist. Je nach Position kann aus sich ändernden Volatilitäten ein Gewinn oder ein Verlust resultieren, selbst wenn alle anderen Marktparameter unverändert bleiben.

Die Zinsvolatilität sollte in solchen Fällen also bei der Messung und Steuerung des Zinsbuchs berücksichtigt werden. Das gilt nicht nur für einfache Szenariorechnungen, sondern insbesondere auch für die Berechnung des Zinsbuch-VaR.

Sachgerechte Volatilitätsszenarien

Um sachgerechte Volatilitätsszenarien ermitteln zu können, ist eine ausreichend lange Historie der Zinsvolatilitäten erforderlich. Das betrifft in besonderer Weise auch die automatische Ableitung von Volatilitätsszenarien im Rahmen der historischen Simulation.

Die bei Marktdatenanbietern wie Bloomberg oder Reuters verfügbaren Historien für Zinsvolatilitäten reichen meist nicht so lange in die Vergangenheit wie die Zinshistorien. Eine Bank, die das Zinsänderungsrisiko über eine historische Simulation berechnet, steht deshalb vor der Frage, welcher historische Zeitraum zum Ableiten der Marktszenarien verwendet werden sollte: der kürzere Zeitraum der historischen Zinsvolatilitäten oder der längere Zeitraum der historischen Zinsen?

Oft wäre der längere Zeitraum wünschenswert. Allerdings liefert die historische Simulation über diesen Zeitraum nur sachgerechte Ergebnisse, wenn auch die Historie der Zinsvolatilitäten mit einem geeigneten Verfahren verlängert werden kann. Eine historische Simulation, die Volatilitätsszenarien für einen Teil des betrachteten historischen Zeitraums oder für den Gesamtzeitraum unberücksichtigt lässt, kann für volatilitätssensitive Positionen zu einer Fehleinschätzung, auch zu einer Unterschätzung, des Risikos führen, wie im ersten Teil gezeigt wurde.

Ermittlung der Zinsvolatilitäten aus einer Zinshistorie

Vor diesem Hintergrund wird ein Verfahren gesucht, mit dem – ausgehend von einer Zinshistorie – eine „passende“ Volatilitätshistorie berechnet werden kann. Hier geht es für jeden einzelnen Stichtag der Vergangenheit nicht um rein historische Volatilitäten zu einer

¹ NEWS Ausgabe 3/2015.

gegebenen Zinslaufzeit, sondern um die erwarteten Volatilitäten für einen Zeitraum, der der Restlaufzeit einer Zinsoption entspricht, also um die Volatilitäten, die in Optionspreisen implizit enthalten sind.

Zur Bestimmung solcher Volatilitäten existieren verschiedene Modelle, die gegebene Zeitreihen statistisch beschreiben. Wichtig ist, dass diese Modelle mit einer über die Zeit variierenden Volatilität umgehen können. Als besonders geeignet haben sich für diese Zwecke die sogenannten GARCH-Modelle² erwiesen. Sie können gut das Verhalten von Finanzzeitreihen mit ruhigen Perioden geringer Ausschläge und volatilen Perioden aufeinanderfolgender großer Ausschläge abbilden.

Die Volatilität einer Zeitreihe entspricht der Standardabweichung für die Renditen der Zeitreihe. Die Annahme einer zeitlich variierenden Volatilität der Zinszeitreihe entspricht somit der Annahme einer zeitlich variierenden Varianz ihrer Rendite.

GARCH-Modelle gehen davon aus, dass die bedingte Varianz der zugrunde liegenden Zeitreihe von den vergangenen Beobachtungen der Zeitreihe selbst und von der bedingten Varianz der Vorperioden abhängt.

Definition: Das GARCH(p,q)-Modell wird durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$\begin{aligned}
 y_t &= \varepsilon_t + \mu_t \\
 \varepsilon_t &= v_t \sigma_t \\
 \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2
 \end{aligned}$$

Hierbei bezeichnet y_t die Rendite der Zeitreihe, μ_t den Mittelwert der Renditen, v_t eine standardnormalverteilte Zufallsvariable und σ_t^2 die bedingte Varianz der Renditen.

Zinszeitreihen können bereits durch ein GARCH(1,1)-Modell recht gut beschrieben werden. Für die bedingte Varianz gilt in diesem Fall:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Die unbekannt Parameter α_0 , α_1 und β_1 des GARCH-Modells sind jeweils ≥ 0 . Sie können mithilfe der sogenannten Maximum-Likelihood-Methode geschätzt werden, die in der Statistik häufig verwendet wird.

Beispiel

Die Berechnung der Zinsvolatilitäten soll im Folgenden beispielhaft für den Zwei-Jahres-Zinssatz und eine Optionslaufzeit von einem Jahr dargestellt werden.

Wie im ersten Teil dieses Artikels werden die Volatilitäten auf Basis der relativen Zinsänderungen berechnet. Die relative Änderung der Zinssätze Z_t entspricht näherungsweise der Differenz der Logarithmen:

$$y_t = \ln Z_t - \ln Z_{t-1}$$

Für jeden Stichtag wird für ein Intervall von 250 Handelstagen – entsprechend der Optionslaufzeit von einem Jahr – jeweils eine bedingte Varianz berechnet. Dafür werden zunächst die Parameter α_0 , α_1 und β_1 mit der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt. Anschließend werden die täglichen Varianzen σ_t^2 : $t = 1, \dots, 250$ mithilfe des skizzierten GARCH(1,1)-Modells ermittelt.³ Die Wurzel der gemittelten Varianzen ergibt die Volatilität der Zinszeitreihe zum Stichtag. Dieses Verfahren wird für alle Stichtage des aufzufüllenden historischen Zeitraums wiederholt. Auf diese Weise kann für eine Zinszeitreihe von beispielsweise 16 Jahren eine Volatilitätszeitreihe von 15 Jahren berechnet werden.

Wird das skizzierte Verfahren auf unterschiedliche Zins- und Optionslaufzeiten angewandt, erhält man Volatilitätsmatrizen, die für Risikoberechnungen geeignet sind.

2 GARCH steht für Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity.
 3 Für die Umsetzung des hier beschriebenen Verfahrens ist die freie Programmiersprache „R“ besonders gut geeignet, die für statistische Anwendungen entwickelt wurde.

Qualitätsnachweis

Um die mit einem GARCH-Modell errechneten Zinsvolatilitäten im Risikomanagement verwenden zu können, muss die Qualität der Daten nachgewiesen werden. Ein solcher Qualitätsnachweis kann am besten erfolgen, indem für einen Zeitraum Zinsvolatilitäten eines Marktdatenanbieters mit berechneten GARCH-Volatilitäten verglichen werden.

Abbildung 2 zeigt einen solchen Vergleich für am Markt erhältliche implizite, aus Swaption-Preisen errechnete Zinsvolatilitäten und für mit dem beschriebenen GARCH-Modell berechnete Zinsvolatilitäten. Der Vergleich bezieht sich auf einen Zeitraum von vier Jahren. Es handelt sich um Volatilitäten des Fünf-Jahres-Zinssatzes bei einer Optionsrestlaufzeit von sechs Monaten. Man erkennt gut das etwas geglättete Verhalten des GARCH-Modells bei insgesamt sehr guter Näherung.

Ähnliche Ergebnisse erhält man auch für andere Laufzeitkombinationen. Grundsätzlich neigt das verwendete GARCH-Modell zu einer Glättung der kurzfristigen Ausschläge. Langfristige Trends werden gut abgebildet. Mit Verfeinerungen im Berechnungsverfahren könnte diese Glättung voraussichtlich reduziert werden,

aber es ist erstaunlich, wie gut sich Volatilitätszeitreihen bereits mit dem recht einfachen GARCH(1,1) modellieren lassen.

Ein zweiter Test hat nachgewiesen, dass das beschriebene Modell auch eine sehr gute Näherung der Risikoergebnisse erzielt. Bei diesem Test wurden die Ergebnisse einer historischen Simulation für das Optionsbuch und auch für andere volatilitätssensitive Positionen im Zinsbuch bei Verwendung von GARCH-Volatilitäten mit den Resultaten bei Verwendung am Markt beobachteter impliziter Volatilitäten und mit Rechenergebnissen ohne Verwendung von Volatilitäten verglichen.

Gut lassen sich solche Risikoergebnisse bei Kapitalmarktfloatern vergleichen, die eine vereinfachte Bewertung ohne Zinsvolatilitäten erlauben, wenn ohne Convexity Adjustment gerechnet wird. Für ein Testportfolio bestehend aus verschiedenen am Markt gehandelten Kapitalmarktfloatern ergaben sich bei der Betrachtung eines Acht-Jahres-Zeitraums von 2006 bis Ende 2014 folgende Werte:

	Implizite Zinsvolatilität	GARCH-Zinsvolatilität	Ohne Convexity Adjustment
Value-at-Risk	5,24	5,26	4,03

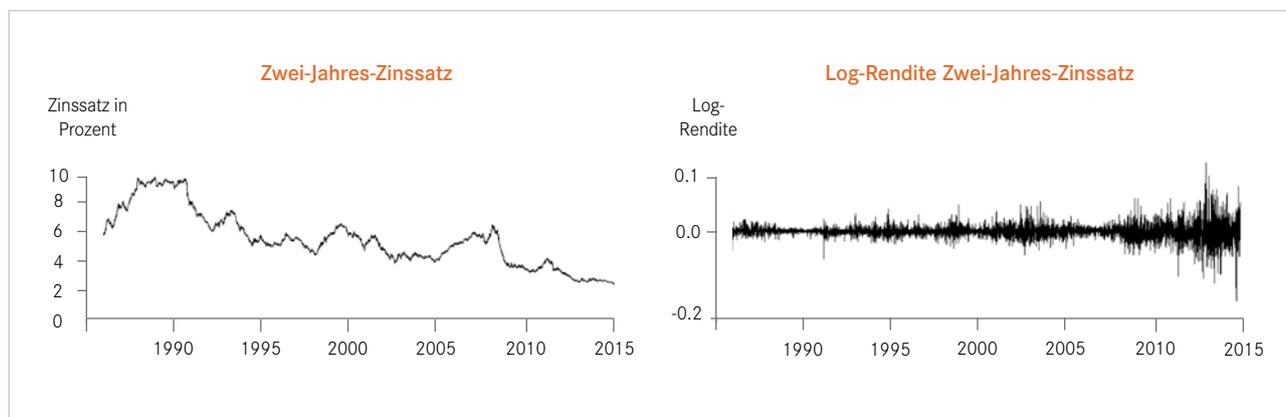


Abbildung 1: Zinshistorie und die zugehörigen Log-Renditen

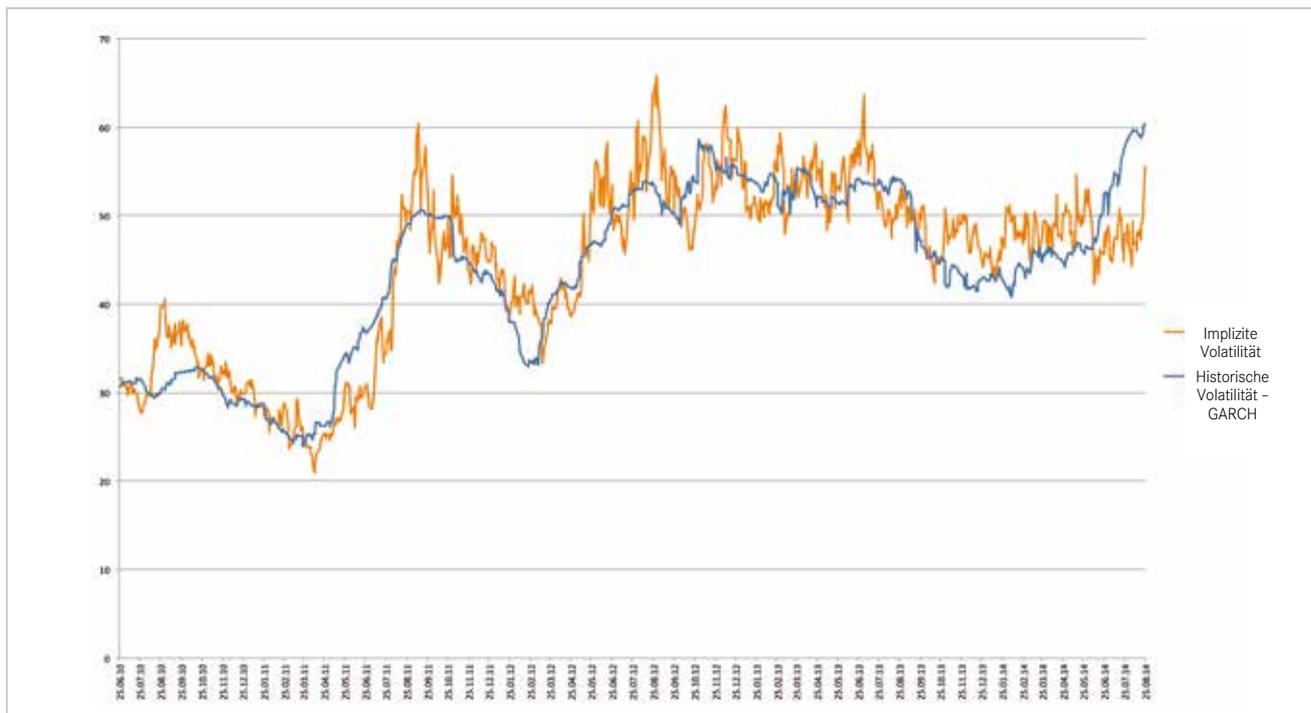


Abbildung 2: Vergleich impliziter Volatilitäten mit berechneten GARCH-Volatilitäten

Die Berechnung ohne Convexity Adjustment verwendet keine Zinsvolatilität. Sie unterschätzt das Risiko im Vergleich zu einer Berechnung mit am Markt beobachteten impliziten Zinsvolatilitäten. Die Verwendung der über das GARCH-Modell erzeugten Volatilitäten ergibt für den gleichen Zeitraum ein sehr ähnliches Risiko. Aus diesen Vergleichsrechnungen lässt sich ableiten, dass die GARCH-Zinsvolatilitäten die am Markt beobachteten impliziten Volatilitäten so gut nachbilden, dass eine Verlängerung der Volatilitätshistorie mit dem hier beschriebenen Verfahren für das Risikomanagement zulässig ist und deutlich bessere Ergebnisse erzielt als eine Risikoberechnung ohne Zinsvolatilitäten.

Fazit

Im vorliegenden Artikel wird ein praxiserprobtes Verfahren skizziert, mit dem die Historie der Zinsvolatilitäten sinnvoll verlängert werden kann. Außerdem wird beschrieben, wie die Qualität der berechneten Zinsvolatilitäten überprüft und durch Vergleichsrechnungen nachgewiesen werden kann.

Das beschriebene Verfahren hat sich bereits in erfolgreichen Kundenprojekten bewährt. Die Institute sind mit den verlängerten Historien in der Lage, über einen Zeitraum von 15, 20 und mehr Jahren die Risiken des Zinsbuchs über eine historische Simulati-

on unter Berücksichtigung der impliziten Korrelationen zwischen Zinsen und Zinsvolatilitäten zu berechnen. Die langen Marktdatenhistorien werden auch verwendet, um realitätsnahe explizite Stressszenarien zu ermitteln.

Kunden mit wesentlichen volatilitätssensitiven Positionen im Zinsbuch konnten auf diese Weise ihr Management der Zinsänderungsrisiken substantiell verbessern.

Autoren



Rainer Alfes

Principal Business Consultant,
Produktmanagement

- > +49 (0) 89 / 94 3011 - 1526
- > rainer.alfes@msg-gillardon.de



Christine von Bank

Business Consultant,
Business Consulting

- > +49 (0) 7252 / 9350 - 214
- > christine.von.bank@msg-gillardon.de